2002/A II

BE		
	1.0	Gegeben sind die reellen Funktionen $f_a : x \mapsto \frac{3x+9}{x^2+6x+a}$ mit $a \in \mathbb{R}$ in der jeweils größtmöglichen Definitionsmenge $D_{f_a} \subset \mathbb{R}$.
8	1.1	Ermitteln Sie in Abhängigkeit von a die größtmögliche Definitionsmenge D_{f_a}. Bestimmen Sie gegebenenfalls die Art der Definitionslücken und die Nullstelle von f_a. Im Folgenden ist a = 5 und $f_5 : x \mapsto \frac{3x+9}{x^2+6x+5}$ mit $D_{f_5} = \mathbb{R}\backslash\{-5;\ -1\}$.
7	1.2	Untersuchen Sie das Monotonieverhalten der Funktion f_5. (Teilergebnis: $f_5'(x) = \frac{-3x^2-18x-39}{(x^2+6x+5)^2}$)
3	1.3	Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente t an den Graph von f_5 im Punkt $P(1;\ y_P)$. (Ergebnis: t: $y = \frac{1}{12}(-5x+17)$)
10	1.4	Geben Sie die Gleichungen aller Asymptoten des Graphen von f_5 an. Zeichnen Sie unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse und geeigneter Funktionswerte den Graphen der Funktion f_5, seine Asymptoten und die Tangente aus Aufgabe 1.3 für $-7 \le x \le 3$ in ein kartesisches Koordinatensystem. Maßstab auf beiden Achsen: 1 LE = 1cm.
7	**1.5**	Formulieren Sie auf der Grundlage Ihrer Zeichnung eine Vermutung über das Symmetrieverhalten des Graphen von f_5 und beweisen Sie Ihre Vermutung rechnerisch. **(Nach neuem Lehrplan ist diese Aufgabe nicht mehr prüfungsrelevant !)** Achtung, die Nummerierung der Lösung stimmt nicht mit der der AP überein.
	1.6.0	Gegeben ist zusätzlich die Funktionsvorschrift $g : x \mapsto \frac{3}{2} \cdot \ln(x^2+6x+5)$.
4	1.6.1	Bestimmen Sie dafür die maximale Definitionsmenge $D_g \subset \mathbb{R}$.
4	1.6.2	Untersuchen Sie das Verhalten der Funktionswerte g(x) für $x \to \infty$ und $x \to -1$. Folgern Sie daraus eine Aussage über die Existenz von Nullstellen von g.
3	1.6.3	Zeigen Sie, dass für $x > -1$ die Funktion g eine Stammfunktion von f_5 ist.
5	1.7	Die Gerade t aus Aufgabe 1.3 und der Graph von f_5 schließen im I. Quadranten mit der y-Achse ein Flächenstück ein. Berechnen Sie dessen Flächeninhalt auf drei Nachkommastellen genau.

Fortsetzung siehe nächste Seite

BE *Fortsetzung A II:*

2.0 Die Geschwindigkeit v eines in einer bestimmten Flüssigkeit unter Reibungseinfluss fallenden Körpers kann mathematisch idealisiert und ohne Verwendung von Einheiten in Abhängigkeit von der Zeit t durch den folgenden Funktionsterm dargestellt werden:
$v(t) = 15 \cdot (1 - e^{-0{,}654 \cdot t})$ für $t \geq 0$.
Grundlage für die folgenden Teilaufgaben sind die bekannten physikalischen Zusammenhänge, dass die Geschwindigkeitsfunktion die Ableitungsfunktion der Ortsfunktion und die Beschleunigungsfunktion die Ableitungsfunktion der Geschwindigkeitsfunktion ist.

4 2.1 Berechnen Sie v(0) und $\lim\limits_{t \to \infty} v(t)$ und interpretieren Sie die Ergebnisse in dem gegebenen Zusammenhang.

3 2.2 Berechnen Sie den Zeitpunkt t_1, an dem gilt: $v(t_1) = 9{,}0$.
(Ergebnis: $t_1 \approx 1{,}4$)

4 2.3 Berechnen Sie für $t = 0$ und für $t = t_1$ ohne Benennungen die Werte der Beschleunigung, die der Körper momentan erfährt.

4 2.4 Berechnen Sie die im Zeitintervall $[\,0; t_1\,]$ durchfallene Strecke.

66